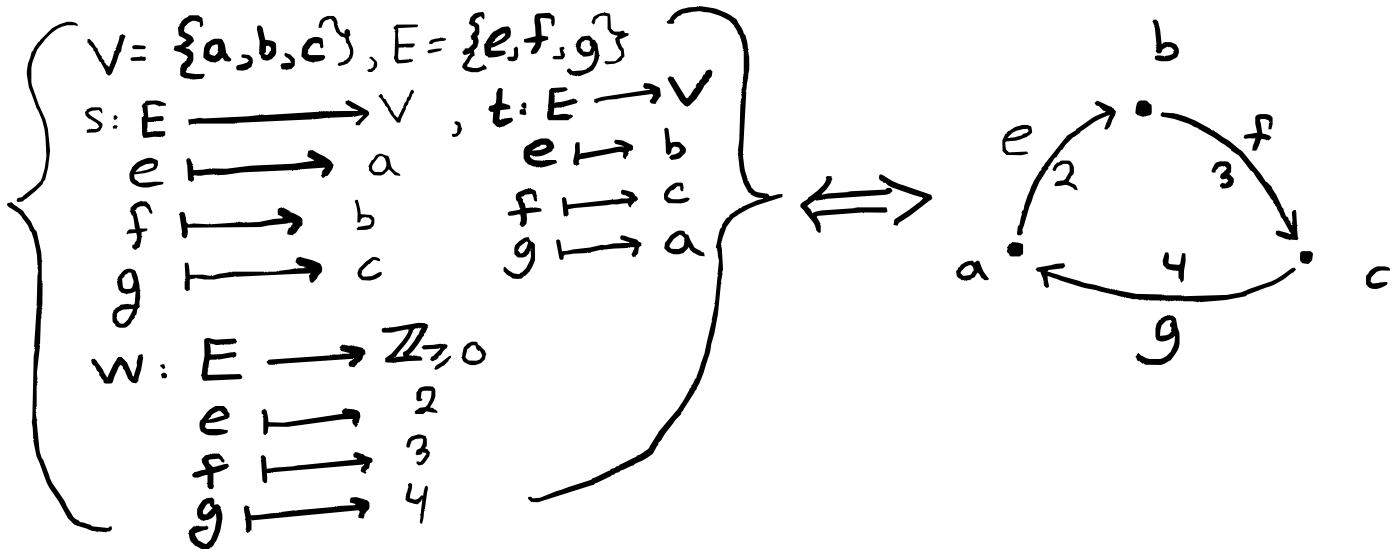


Pilas de arena:

Definición: Sea V y E conjuntos, $s, t: E \rightarrow V$ funciones y $w: E \rightarrow \mathbb{Z}_{\geq 0}$. (V, E, s, t, w) es llamado un grafo dirigido ponderado.

(ejemplo):

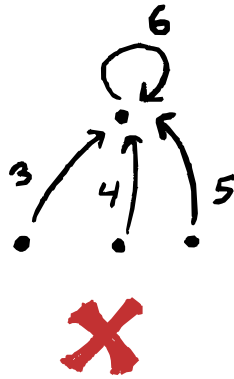
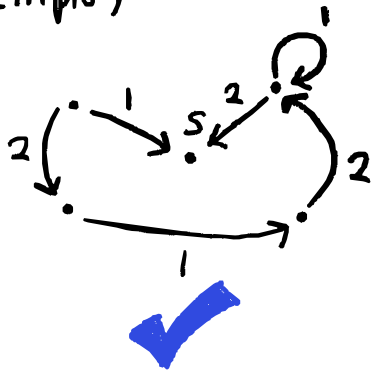


Los grafos no tienen que ser finitos, pero vamos a suponer que todo es finito. Además, hoy nos interesa una colección especial de los grafos, "los grafos de pilas de arena".

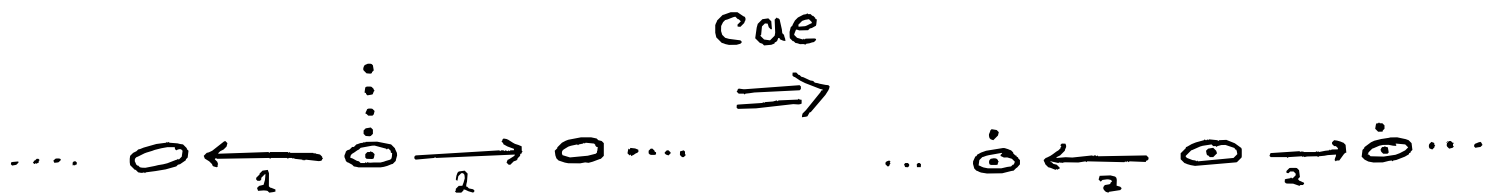
Def: Sea (V, E, s, t, w) un grafo. Un camino es una sucesión de aristas e_1, \dots, e_n en E tales que $t(e_i) = s(e_{i+1})$ para cada $i = 1, \dots, n-1$. (V, E, s, t, w) es llamado un grafo de pilas de arena si:

- Existe un vértice único s tales que para cada $v \in V \setminus \{s\}$, existe un camino e_1, \dots, e_n tales que $s(e_1) = v$ y $t(e_n) = s$, y $|s^{-1}(s)| = 0$.

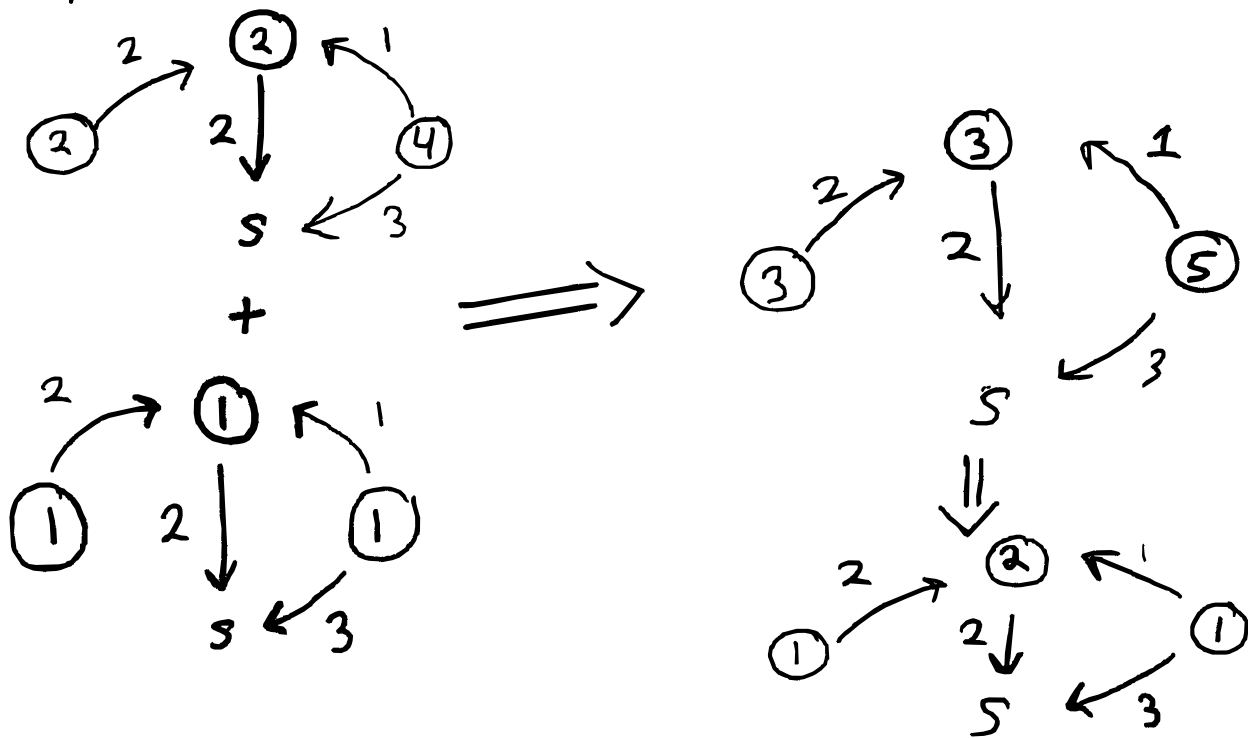
(ejemplo):



La idea ahora es que vamos a "poner" arena encima de los vértices, y si hay un exceso de arena, la arena caerá.



Cuando arena va a s , sale del grafo.
 Hay muchas cosas que se puede hacer con esto, pero para el resto de la charla quiero mostrarles algo interesante y extraño.

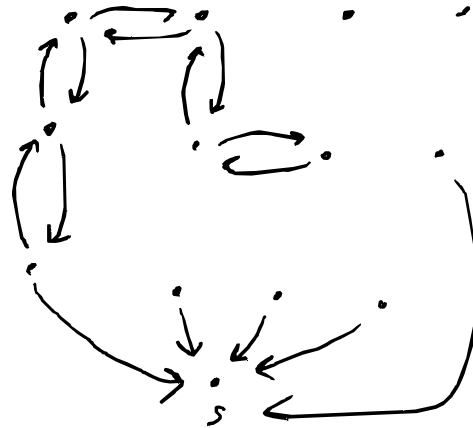
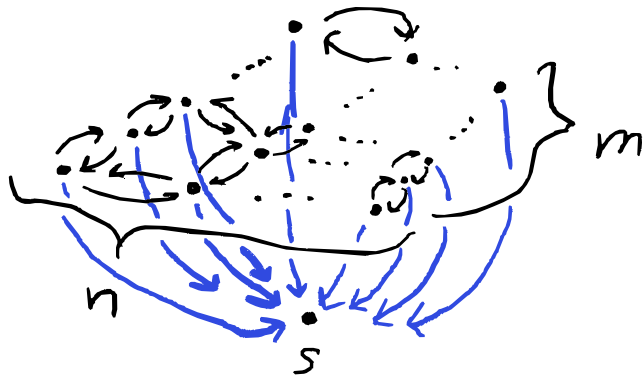


Hecho Extraño: Para cada grafo, existe una configuración I tales que:

- no todo vértice tiene cero grados de arona
- " $I + I = I$ "

En general, es muy difícil a encontrar I ,
pero es siempre possible.

(ejemplo):



$m = n = 2$: "la mesa"

